UNIVERSIDAD DE GRANADA
Departamento de Análisis Matemático

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS, curso académico 2012/13

MÉTODOS VARIACIONALES
(Optativa de segundo ciclo. Créditos: 6)

Horario: Lunes, Martes, Miércoles y Jueves: 12-13. Aula: Seminario Matemáticas 2.
Profesores:
- David Ruiz Aguilar, despacho nº 19 del Departamento de Análisis Matemático (Facultad de Ciencias). Tutorías: Lunes y Martes: 9-11. Miércoles y Jueves: 10-11.
http://www.ugr.es/~daruiz/ Correo electrónico: daruiz@ugr.es

- Antonio Cañada Villar, despacho nº 15 del Departamento de Análisis Matemático (Facultad de Ciencias). Tutorías: Lunes, Martes, Miércoles y Jueves: 10.30-12.
http://www.ugr.es/~acanada/ Correo electrónico: acanada@ugr.es

En la página web anteriormente indicada se puede encontrar información adicional sobre la asignatura, incluyendo: programa, métodos de evaluación, bibliografía, resúmenes de los temas, relaciones de problemas, prácticas de ordenador con el programa Mathematica, enlaces a páginas relacionadas, exámenes de cursos anteriores, etc.

Programa

Capítulo I: Introducción, motivación y notas históricas: del problema de la braquistocrona a la teoría de puntos críticos.

- Primeros problemas del cálculo de variaciones.
- Breves nociones sobre la evolución histórica de los métodos variacionales. Las condiciones necesarias de Euler-Lagrange y Legendre. Condiciones suficientes.
- ¿Cómo nació la teoría de puntos críticos en espacios de dimensión infinita?

Capítulo II: Algunas nociones de análisis funcional y espacios de funciones.

- Espacios normados. Topología fuerte y topologías débiles. Espacios reflexivos.
- Espacios clásicos de funciones. Espacios de Lebesgue de funciones integrables y espacios de Sobolev.

Capítulo III: Cálculo diferencial en espacios de Banach de dimensión infinita.

- La derivada de Fréchet. La derivada de Gateaux. La n-ésima variación.

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO Secretario/a de Departamento
Sello de tiempo: 27/09/2018 14:06:15 Página: 1 / 4
EyD1x6ZEgCBZBAUfm7MZpn5CKCJ3NmbA
La integridad de este documento se puede verificar en la dirección https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

- Convexidad de un operador y monotonía de su derivada.
- Condiciones necesarias y condiciones suficientes de extremos relativos.
- Multiplicadores de Lagrange.

Capítulo IV: Problemas variacionales clásicos.

- Problemas variacionales con extremos fijos. La ecuación de Euler-Lagrange. La condición necesaria de Legendre. Condiciones suficientes.
- El problema de la braquistocrona y otros similares. El principio de Hamilton.
- Problemas variacionales con extremos libres. Condiciones de contorno naturales.
- Problemas variacionales con restricciones. Problemas de tipo isoperimétrico.

Capítulo V: Espacios de Hilbert y formulación débil de problemas de contorno.

- Los Teoremas de Stampacchia, de Lax-Milgram y algunas generalizaciones.
- Operadores lineales compactos y autoadjuntos. Base hilbertiana. Principio Min-max de Courant.
- Estudio de algunos problemas de contorno.

Capítulo VI: Introducción a la teoría de puntos críticos en espacios de Banach.

- Mínimos globales.
- El Teorema del Paso de Montaña.
- El Teorema del Punto de Silla.
- Problemas de contorno para ecuaciones en derivadas parciales.

Programa de prácticas

Se realizarán ejercicios, problemas y prácticas de ordenador relativos al contenido del programa antes especificado.

Bibliografía básica:

P. Blanchard y E. Brüning, Variational methods in Mathematical Physics, Springer-Verlag, Berlín, 1.992.

B. Dacorogna, Introduction to the Calculus of Variations,Imperial College Press, 2004.

Bibliografía complementaria:

H. Brezis, Análisis Funcional, Alianza Editorial, 1984.

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO Secretario/a de Departamento
Sello de tiempo: 27/09/2018 14:06:15 Página: 2 / 4
EyD1x6ZEgCBZBAUfm7MZpn5CKCJ3NmbA
La integridad de este documento se puede verificar en la dirección https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

P. Drábek y J. Milota, Lectures on Nonlinear Analysis, Pavel Drábek y Jaroslav Milota, editores, Plzen, Czech Republic, 2004.

S. Hildebrandt y A. Tromba, Matemáticas y formas óptimas, Prensa Científica, Barcelona, 1990.

M. Kline, Mathematical thought from ancient to modern times, Oxford University Press, New York, 1972. Traducción al castellano en Alianza Editorial, Madrid, 1992.

J.L. Troutman, Variational calculus and optimal control, Springer-Verlag, New York, 1996.

B. Van Brunt, The Calculus of Variations, Springer, New york, 2006.

Las siguientes direcciones de internet pueden ser útiles:

THE MACTUTOR HISTORY OF MATHEMATICS ARCHIVE. ***Muy útil para todas las cuestiones relacionadas con la historia de la Matemática. Para mí es particularmente atractiva la página sobre los "Matemáticos del día". Podemos aprender mucho de sus vidas.***

http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/index.html

ERIC WEISSTEIN'S WORL OF MATHEMATICS. ***Página especialmente útil para consultar temas muy diversos y por las conexiones que establece entre los mismos.***

http://mathworld.wolfram.com

ERIC WEISSTEIN'S WORLD OF PHYSICS. ***Similar a la anterior, pero sobre temas de Física.***

http://scienceworld.wolfram.com/physics/

Prerrequisitos

Para entender el desarrollo del programa adecuadamente y seguir con aprovechamiento la asignatura, se necesita un conocimiento correcto de los contenidos previos impartidos sobre cálculo diferencial e integral para funciones de una y varias variables, así como análisis funcional y ecuaciones diferenciales (ordinarias y en derivadas parciales).

Objetivos de la asignatura (destrezas a conseguir)

Esta asignatura se ofrece al alumno en el segundo ciclo del plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas, como asignatura optativa. Tiene asignados seis créditos y debe considerarse como una introducción a los métodos variacionales. Se presentan aquellos resultados, técnicas, problemas y aplicaciones que, a nuestro entender, deben constituir una primera aproximación al amplio mundo de los métodos variacionales.

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO Secretario/a de Departamento
Sello de tiempo: 27/09/2018 14:06:15 Página: 3 / 4
EyD1x6ZEgCBZBAUfm7MZpn5CKCJ3NmbA
La integridad de este documento se puede verificar en la dirección https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

Más que profundizar en todos los aspectos contemplados, nuestro principal objetivo es proporcionar una panorámica de los métodos variacionales lo más amplia posible, dentro de la limitación proporcionada por los seis créditos. No obstante, algunas cuestiones (como los capítulos IV y V) se tratarán con más detenimiento.

En primer lugar, el alumno debe entender cómo los problemas que surgen en Física y en otras Ciencias han desempeñado un papel fundamental tanto en la motivación de la asignatura como en su desarrollo. En segundo lugar, el alumno debe llegar a entender adecuadamente las principales herramientas matemáticas que se usan en la asignatura: cálculo diferencial en espacios de dimensión infinita, espacios de funciones, topologías débiles, métodos directos y min-max, etc.

Un buen complemento de esta asignatura lo constituyen las asignaturas: teoría de distribuciones y análisis convexo y optimización, también optativas de segundo ciclo de la licenciatura en Ciencias Matemáticas.

Sistema de evaluación

Los alumnos deberán superar una o más pruebas sobre los contenidos de la asignatura en consonancia con la programación docente de la Facultad de Ciencias. Estas pruebas constarán de una parte teórica y otra práctica.

Además, se propondrá a los alumnos a lo largo del período de clases numerosas cuestiones teóricas y prácticas, que podrán resolver con la ayuda de los conocimientos de clase o con la consulta, dirigida por el profesor, de la bibliografía recomendada. Las soluciones a dichas cuestiones serán expuestas y comentadas por los alumnos durante el desarrollo de las clases o bien serán entregadas al profesor.
El alumno deberá entregar, además, un resumen (máximo cinco folios) de cada capítulo.
Por último durante el mes de Enero de 2013, cada alumno realizará una exposición (de una hora de duración) en clase, sobre algún tema relacionado con la asignatura y asignado previamente por el profesor.

Todo lo anterior contribuirá a mejorar la nota obtenida en los exámenes.

Los alumnos que no superen la asignatura de la forma anteriormente indicada (exámenes + participación en las clases+trabajos dirigidos+entrega de resúmenes), deberán superar una prueba global. Esta prueba global también deberán realizarla aquellos alumnos que deseen mejorar la nota obtenida de la forma anterior.

Al margen de este sistema de evaluación, y de acuerdo con el artículo 64 del Reglamento de Régimen Interno del Departamento de Análisis Matemático, los alumnos podrán optar por el sistema de Evaluación por Tribunal previsto en el artículo 170 de los Estatutos de la Universidad de Granada.

Incidencia o interés en otras áreas de enseñanza

Por su orientación y contenido, la asignatura puede ser de interés para estudiantes de Física, Ingeniería e Informática.

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO Secretario/a de Departamento
Sello de tiempo: 27/09/2018 14:06:15 Página: 4 / 4
EyD1x6ZEgCBZBAUfm7MZpn5CKCJ3NmbA
La integridad de este documento se puede verificar en la dirección https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.