1. Evolución e historial del grupo

Los componentes del grupo FQM 185 (Geometría de espacios de Banach) actualmente son: María Dolores Acosta Vigil, Jerónimo Alaminos Prats, Ana María Cabrera Serrano, Mario Chica Rivas, José Extremera Lizana, Vladimir Kadets, Ginés López Pérez, Miguel Martín Suárez, Juan Francisco Mena Jurado, Javier Merí de la Maza, Rafael Payá Albert, José Antonio Soler Arias y Armando Villena Muñoz.

El grupo ha recibido financiación de forma continuada desde el año 1993; desde entonces sus responsables han sido Rafael Payá (1993-2008), Miguel Martín (2009-2012) y M. Dolores Acosta (actual). El grupo inicial constaba de varios investigadores liderados por Rafael Payá, al que se han incorporado con el paso del tiempo nuevos miembros. En sentido contrario, algunos investigadores que formaron parte de la formación inicial son ahora responsables de otros grupos.

Destacamos que cuatro de los componentes del grupo han sido Investigadores Principales de proyectos de investigación del Plan Nacional (Payá, Mena, Villena, Martín), así como de Acciones Integradas (Villena), proyectos de Excelencia (Villena) y de varias Acciones Complementarias (Red Temática de Análisis Funcional, Martín y Payá). En cualquier caso, los miembros del grupo mas veteranos han contado con financiación del Plan Nacional de Investigación de forma continuada desde el año 1994. Siete de los componentes del grupo han dirigido tesis doctorales: Payá (8), Villena (6), Kadets (5), Mena (4), Acosta (2), López (1) y Martín (1). Además dos de los miembros han publicado libros y monografías (Kadets, 3, Payá, 1).

La mayor parte de los temas abordados por los investigadores del grupo se encuentran enmarcados dentro de los campos Análisis Funcional y Teoría de Operadores (códigos 46 y 47 de American Mathematical Society); más concretamente, la mayoría de aportaciones realizadas están dedicadas a los espacios de Banach y a la teoría de operadores entre espacios de Banach. En algunos trabajos resulta además esencial la estructura de álgebra de Banach del espacio considerado. Entre los principales temas abordados por los componentes del grupo, se incluyen los siguientes:

1. Análisis de operadores mediante propiedades de naturaleza espectral
2. Aplicación del análisis de Fourier al estudio de operadores que conservan diferentes atributos de naturaleza algebraica
3. Caracterizaciones de la reflexividad
4. Continuidad automática
5. Estructura de las derivaciones de Lie en álgebras de Banach
6. Extensiones del Teorema de Bishop-Phelps (densidad del conjunto de operadores que alcanzan la norma, así como de aplicaciones multilineales o polinomios que alcanzan su norma).
7. Estructura extremal de la bola de un espacio de Banach
8. Propiedad de Radon-Nikodym y otras propiedades isomórficas o geométricas relacionadas
9. Propiedad de Daugavet
10. Rango numérico e índice numérico de operadores

2. Resultados destacados

Antes de enunciar algunos resultados concretos, destacamos que varios miembros del grupo han resuelto problemas que estaban abiertos desde los años sesenta o principios de los setenta en algunos temas que son clásicos en el área. Alguno incluso ha resuelto un problema planteado en el legendario "Scottish book". Destacamos los siguientes resultados; la gran mayoría de ellos cierran problemas que permanecieron abiertos durante bastante tiempo:

1) Todo espacio de Banach infinito-dimensional contiene una serie tal que el conjunto de sus sumas, si se consideran todas las reordenaciones posibles, no es un conjunto convexo [11].

2) Sea (A_n) una sucesión de subconjuntos convexos y cerrados de un espacio de Hilbert H cuya unión recubre la bola unidad cerrada de H, entonces $\sum_{n=1}^{\infty} r_n \geq 1$, donde r_n es el radio interior de A_n, esto es, el supremo del conjunto de los radios de las bolas contenidas en A_n [14].

3) Existe un espacio de Banach con grupo de isometrías trivial y tal que el grupo de isometrías de su dual contiene el grupo de rotaciones de un espacio de Hilbert infinito-dimensional [15].

4) Un operador lineal $T\colon L^1(\mathbb{R}^N) \to L^1(\mathbb{R}^N)$ es continuo siempre que exista una medida acotada μ en $\mathbb{R}^N$ cuya transformada de Fourier-Stieljes no sea constante en ningún abierto de $\mathbb{R}^N$ y tal que $T(\mu * f) = \mu * T(f)$ para cada f de $L^1(\mathbb{R}^N)$ [5].

5) Cualquier aplicación D de una C^*-algebra A en sí misma que verifique $D([a,b]) = [D(a), b] + [a, D(b)]$, para cualesquiera a, b de A, es la suma de una derivación en A y una aplicación de A en sí misma con imagen contenida en el centro del álgebra ([,] es el producto de Lie en A) [19].

6) Si $n > 1$ y $1 < p < \infty$, la topología usual de $L^p(S^n)$ es la única topología en ese espacio asociada a una norma completa, para la cual los operadores de traslación son continuos. El mismo enunciado es cierto en el espacio de las funciones continuas en S^n y la topología asociada a su norma usual [21].

7) Existe un espacio de Banach X, tal que para cualquier espacio de Banach infinito-dimensional y estrictamente convexo Y, el conjunto de todos los operadores de X en Y que alcanzan su norma no es denso en el de todos los operadores lineales y continuos de X en Y. El mismo enunciado es cierto tomando $Y = \ell_1$; de hecho, es cierto para cualquier espacio $L_1(\mu)$ que sea infinito-dimensional [1, 2].

8) Existen espacios de Banach X e Y, tal que el conjunto de los operadores de X en Y compactos que alcanzan su norma no es denso en el de todos los operadores lineales y compactos de X en Y [18].

9) Sea $L(X)$ el espacio de los operadores lineales y acotados de X en sí mismo. Una aplicación lineal de $L(X)$ en $L(Y)$ que conserva el espectro de los operadores aproximadamente, ha de ser aproximadamente multiplicativa o anti-multiplicativa [4].

10) Un espacio de Banach X tiene dual separable si, y sólo si, para toda sucesión (x_n) en X que converge estadísticamente en la topología débil, existe un subconjunto A de los naturales, con densidad 1, de forma que $(x_n)_{n\in A}$ converge débilmente [10].

11) Un espacio de Banach X es reflexivo si, y solo si, para cada norma equivalente en X, el conjunto de los funcionales (lineales y continuos) en X que alcanzan su norma tiene interior no vacío en el dual topológico de X [3].

12) Existe un espacio de Banach X tal que el conjunto de los operadores que alcanzan su radio numérico no es denso en $L(X)$ [20].

13) Un espacio de Banach real con índice numérico uno ha de contener un subespacio isomorfo a c_0 o a ℓ_1 [16]. Su dual contiene un subespacio isomorfo a ℓ_1 [6].

14) Existe un espacio de Banach cuyo índice numérico es estrictamente mayor que el índice numérico de su dual [8].

15) Un espacio de Banach con la propiedad de Daugavet nunca tiene base incondicional. Ni siquiera es isomorfo a un subespacio de un espacio con base incondicional [12, 13].

16) Las propiedades de Radon-Nikodym y de Krein-Milman son equivalentes para todos los subconjuntos de espacios que tengan una base "supershrinking" [17].

17) La bola unidad de cualquier C^*-álgebra infinito-dimensional verifica que todos los abiertos relativos (no vacíos) en la topología débil tienen diámetro dos [7].

18) Cualquier función multivaluada débilmente medible definida en un espacio de probabilidad completo admite un selector que es débilmente medible [9]

Breve selección de trabajos de entre los publicados por miembros del grupo:

Referencias

[1] M.D. Acosta, *Denseness of norm attaining operators into strictly convex spaces*, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Series A **129** (1999), 1107–1114.

[2] M.D. Acosta, *Norm attaining operators into $L_1(\mu)$*, Contemp. Math., Vol. **232**, Amer. Math Soc., Providence, Rhode Island, 1999, 1–11.

[3] M.D. Acosta y V. Kadets, *A characterization of reflexive spaces,* Math. Ann. **349** (2011), 577–588.

[4] J. Alaminos, J. Extremera y A.R. Villena, *Approximately spectrum-preserving maps,* J. Funct. Anal. **261** (2011), 233–266.

[5] C. Aparicio y A.R. Villena, *Continuity of operators intertwining with convolution operators*, J. Funct. Anal. **196** (2002), 155–161.

[6] A. Avilés, V. Kadets, M. Martín, J. Merí y V. Shepelska, *Slicely countably determined Banach spaces,* Trans. Amer. Math. Soc. **362** (2010), 4871–4900.

[7] J. Becerra Guerrero, G. López-Pérez, A. Peralta y A. Rodríguez-Palacios, *Relatively weakly open sets in closed balls of banach spaces, and real JB*-triples of fnite-rank*, Math. Ann. **330** (2004), 45–58.

[8] K. Boyko, V. Kadets, M. Martín y D. Werner, *Numerical index of Banach spaces and duality*, Math. Proc. Cambridge Philos. Soc. **142** (2007), 93–102.

[9] B. Cascales, V. Kadets y J. Rodríguez, *Measurability and Selections of Multi-Functions in Banach Spaces*, J. Convex Anal. **17** (2010), 229–240.

[10] J. Connor, M. Ganichev y V. Kadets, *A Characterization of Banach Spaces with Separable Duals via Weak Statistical Convergence*, J. Math. Anal. Appl. **244** (2000), 251 – 261.

[11] V.M. Kadets, *On a problem of S. Banach (problem 106 from the Scottish book)*, Funktsional. Analiz i ego Prilozhen, **20** (1986), 74–75.

[12] V.M. Kadets, *Some remarks concerning the Daugavet equation*, Quaestiones Mathematicae **19** (1996), 225–235.

[13] V. Kadets, R. Shvidkoj, G. Sirotkin, y D. Werner, *Banach spaces with the Daugavet property*, Trans. Amer. Math. Soc. **352** (2000), 855–873.

[14] V. Kadets, *Coverings by convex bodies and inscribed balls*, Proc. Amer. Math. Soc. **133** (2005), 1491–1495.

[15] P. Koszmider, M. Martín y J. Merí, *Isometries on extremely non-complex Banach spaces*, J. Inst. Math. Jussieu **10** (2011), 325–348.

[16] G. López, M. Martín y R. Payá, *Banach spaces with numerical index* 1, Bull. London Math. Soc. **31** (1999), 207–212.
[17] G. López y J.F. Mena, *RNP and KMP are equivalent for some Banach sspaces with shrinking basis*, Studia Math. **118** (1996), 11–17.
[18] M. Martín, *Norm attaining compact operators*, preprint, 2013.
[19] M. Mathieu y A.R. Villena, *The structure of Lie derivations on C^*-algebras*, J. Funct. Anal. **202** (2003), 504–525.
[20] R. Payá, *A counterexample on numerical radius attaining operators*, Israel J. Math. **79** (1992), 83–101.
[21] A.R. Villena, *Invariant functionals and the uniqueness of invariant norms*, J. Funct. Anal. **215** (2004), 366–398.

3. Conexiones con otros grupos

Los miembros del grupo están integrados en la Red Temática de Análisis Funcional que facilita la difusión de resultados y colaboración entre los distintos grupos de investigación nacionales. Entre los investigadores que colaboran con personas del grupo se encuentran tanto personas de reconocido prestigio en el área y amplia experiencia, como brillantes investigadores más jóvenes. Sólo incluiremos en el siguiente listado investigadores de otras instituciones que han colaborado con miembros del grupo. En cuanto a grupos, notamos que los miembros del grupo colaboran desde hace tiempo con investigadores que trabajan en el mismo campo en las universidades de Almería, Cádiz, Murcia y Valencia, entre las españolas. Entre los centros extranjeros en los que tenemos colaboradores habituales se encuentran: Univ. Adam Minkiewicz (Poznan, Polonia), Dongguk Univ. (Seúl, Corea del Sur), Freie Univ. (Berlin, Alemania), Kent State University (Kent, Ohio, EE UU), Leeds (Reino Unido), Univ. de Maribor y Ljubljana (Eslovenia), Univ. Memphis (Memphis, Tennesee, EE UU), Univ. Mons-Hainaut (Mons, Bélgica), Polish Academy of Sciences (Polonia), Postech (Pohang, Corea del Sur), Queen's University Belfast, (Irlanda), Univ. Rio de Janeiro y de Sao Paulo (Brasil), Xiamen Univ. (China).

Entre los colaboradores de los miembros del grupo con mayor experiencia se encuentran:

R. Aron (Kent State Univ., Ohio, EE UU), M. Brešar (Universidades de Maribor y Ljubljana, Eslovenia), B. Cascales (Univ. Murcia), Y.S. Choi (Postech, Pohang, Corea del Sur), L. Cheng (Xiamen Univ., China), H.G. Dales (Univ. de Leeds y de Lancaster, Reino Unido), C. Finet (Univ. Mons-Hainaut, Mons, Bélgica), P. Galindo y D. García (Univ. Valencia), L. Lourenço (Univ. Sao Paulo, Brasil), A. Kamińska (Univ. Memphis, Tennesee, EE UU), P. Koszmider (Mathematical Institute, Varsovia, Polonia), M. Maestre (Univ. Valencia), M. Mathieu (Queen's University Belfast, Irlanda), M. Mastyło (Univ. Adam Minkiewicz, Poznan, Polonia), L. Moraes (Univ. Rio de Janeiro, Brasil), C. Orham (Univ. Ankara, Turquía), M. Popov (Chernivtsi Nat. Univ., Ucrania), TSSRK Rao (Indian Stat. Inst., Bangalore, India), D. Werner (Freie Univ, Berlin, Alemania).

4. Actividades organizadas

a) **Minicurso en espacios de Banach**, organizado en Granada en 1999 por Martín, Mena y Payá.

b) **CIDAMA**. Desde el año 2002 se organiza el "Curso Internacional de Análisis Matemático en Andalucía" cada dos años en distintas universidades andaluzas (Cádiz, Granada, Huelva, Almería, Málaga). Mena y Payá forman parte del comité científico de todas las ediciones celebradas hasta ahora; Acosta formó parte del comité organizador en 2004.

c) **ICM 2006.** Acosta formó parte del panel de expertos para evaluar comunicaciones en el "International Congress of Mathematicians Madrid 2006".

d) **Encuentros de la Red de Análisis Funcional y Aplicaciones**, celebrados en Miraflores de la Sierra, Madrid, en 2007 y en Salobreña, Granada, en los años 2008, 2009 y 2010, organizados por Martín y Payá.

e) **Sesión "Geometry of Banach spaces"**, en el congreso "Functional Valencia Analysis 2010", en Valencia, en 2010. Martín fue coorganizador de la sesión.

f) **Sesión "Topological and Banach Algebras"**, en el congreso "Functional Valencia Analysis 2010", en Valencia, en 2010, organizada por Villena.

g) **VII Encuentro de la Red de Análisis Funcional y Aplicaciones**, celebrados en Jaca, Huesca en 2011. Martín formó parte del comité organizador.

h) **AHA 2013**: International Conference on Abstract Harmonic Analysis, celebrado en Granada, desde el 20 al 24 de mayo de 2013, organizado por Alaminos, Extremera y Villena.