Dos problemas elipticos con soluciones debiles en $W_0^{1,1}$

Granada, 11.4.2011

Lucio Boccardo
Università di Roma 1

En esta charla presentamos problemas elipticos con soluciones debiles en $W_0^{1,1}(\Omega)$.

Malasuerte: los operadores diferenciales no tienen nada que ver con el operador de las suferficies minimas.

Sea Ω un abierto acotato de R^N. Entonces los problemas de Dirichlet

- $$\begin{cases} -\mathrm{div}(|\nabla u|^{p-2}\nabla u) = f(x) \in L^m(\Omega), & \text{in } \Omega; \\ u = 0, & \text{on } \partial\Omega; \end{cases}$$
  con $m = \frac{N}{N(p-1)+1} \leq \frac{N}{p}$, $1 < p < 2 - \frac{1}{N}$,
- $$\begin{cases} -\mathrm{div}\left(\dfrac{\nabla w}{(1+b(x)|w|)^2}\right) + w = f \in L^2(\Omega), & \text{in } \Omega; \\ w = 0, & \text{on } \partial\Omega, \end{cases}$$

con $b(x)$ medible y $0 \leq b(x) \leq B$ tienen soluciones $W_0^{1,1}(\Omega)$.

En un cual sentido el limite del primero problema cuando $p \to 2 - \frac{1}{N}$ es

$$\begin{cases} -\mathrm{div}(|\nabla u|^{-\frac{1}{N}}\nabla u) = f(x) \in L^1\log(L^1(\Omega)), & \text{in } \Omega; \\ u = 0, & \text{on } \partial\Omega. \end{cases}$$