

# Variable Compleja I

CURSO ACADÉMICO 2015-16

MÓDULO	MATERIA	CURSO	SEMESTRE	CRÉDITOS	TIPO
Análisis Matemático	Variable Compleja I	3º	2º	6	Obligatoria
PROFESOR(ES)			DIRECCIÓN COMPLETA DE CONTACTO PARA TUTORÍAS (Dirección postal, teléfono, correo electrónico, etc.)		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Miguel Cabrera García</li> </ul>			Facultad de Ciencias. Sección de Matemáticas. Planta 1ª. Departamento de Análisis Matemático. Despacho nº 7 Correo electrónico: <a href="mailto:cabrera@ugr.es">cabrera@ugr.es</a>		
			HORARIO DE TUTORÍAS		
			Lunes, Jueves y Viernes, de 13 a 14 horas; Lunes, de 18 a 19 horas; y Martes, de 18 a 20 horas.		
GRADO EN EL QUE SE IMPARTE			OTROS GRADOS A LOS QUE SE PODRÍA OFERTAR		
Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas			Grado en Física y cualquier Ingeniería		
PRERREQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES (si procede)					
Tener cursadas las asignaturas básicas y obligatorias relativas a los dos primeros cursos del Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.					
BREVE DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS (SEGÚN MEMORIA DE VERIFICACIÓN DEL GRADO)					
<ul style="list-style-type: none"> <li>Holomorfía y analiticidad.</li> <li>Teorema de Cauchy.</li> <li>Propiedades fundamentales de las funciones analíticas de variable compleja.</li> <li>Residuos.</li> </ul>					



**ugr** | Universidad  
de Granada

Página 1

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
<http://grados.ugr.es>

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 26/09/2018 12:26:36    Página: 1 / 6



R82nfu8Oy8O3r6aLx4TtAn5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

## COMPETENCIAS GENERALES Y ESPECÍFICAS

### Competencias básicas y generales:

- CG01. Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de las distintas materias que, partiendo de la base de la educación secundaria general, y apoyándose en libros de texto avanzados, se desarrollan en el Grado en Matemáticas.
- CG02. Saber aplicar esos conocimientos básicos y matemáticos a su trabajo o vocación de una forma profesional, y poseer las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de las Matemáticas y de los ámbitos en que se aplican directamente.
- CG03. Saber reunir e interpretar datos relevantes (normalmente de carácter matemático) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas de índole social, científica o ética.
- CG04. Poder transmitir información, ideas, problemas y sus soluciones, de forma escrita u oral, a un público tanto especializado como no especializado.
- CG06. Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos.
- CB1. Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.
- CB2. Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.
- CB3. Que los estudiantes tengan la capacidad de reunir e interpretar datos relevantes (normalmente dentro de su área de estudio) para emitir juicios que incluyan una reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica o ética.
- CB4. Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

### Competencias transversales:

- CT01. Desarrollar cierta habilidad inicial de "emprendimiento" que facilite a los titulados, en el futuro, el autoempleo mediante la creación de empresas.
- CT02. Fomentar y garantizar el respeto a los Derechos Humanos y a los principios de accesibilidad universal, igualdad ante la ley, no discriminación y a los valores democráticos y de la cultura de la paz.

### Competencias específicas:

- CE01. Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad de enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.



- CE02. Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las matemáticas.
- CE03. Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.
- CE04. Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) y distinguirlas de aquellas puramente accidentales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- CE05. Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.
- CE06. Proponer, analizar, validar e interpretar modelos de situaciones reales sencillas, utilizando las herramientas matemáticas más adecuadas a los fines que se persigan.
- CE07. Utilizar aplicaciones informáticas de análisis estadístico, cálculo numérico y simbólico, visualización gráfica, optimización u otras para experimentar en matemáticas y resolver problemas.

#### OBJETIVOS (EXPRESADOS COMO RESULTADOS ESPERABLES DE LA ENSEÑANZA)

- Comprender las nociones de holomorfia y analiticidad para funciones de una variable compleja, así como la equivalencia entre las mismas.
- Conocer las propiedades locales de las funciones holomorfas y saber aplicarlas en problemas prácticos concretos.
- Conocer el Teorema de los residuos y su aplicación al cálculo de integrales.

#### TEMARIO DETALLADO DE LA ASIGNATURA

TEMARIO TEÓRICO-PRÁCTICO:

### Capítulo I. Números complejos. Funciones holomorfas.

**Tema 1. Números complejos.** El cuerpo de los números complejos. Módulo y argumento.

**Tema 2. Topología del plano complejo.** Sucesiones de números complejos. Continuidad de funciones complejas.

**Tema 3. Funciones holomorfas.** Concepto de derivada. Ecuaciones de Cauchy-Riemann. Primeras propiedades de las funciones holomorfas. Aplicaciones conformes.

**Tema 4. Funciones analíticas.** Sucesiones y series de funciones complejas. Series de potencias. Radio de convergencia. Funciones analíticas.

**Tema 5. Funciones elementales.** Función exponencial. Logaritmos y potencias complejos. Logaritmos



ugr | Universidad  
de Granada

Página 3

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
<http://grados.ugr.es>

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 26/09/2018 12:26:36    Página: 3 / 6



R82nfu8Oy8O3r6aLx4TtAn5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

holomorfos. Otras funciones elementales.

## Capítulo II: Teoría local de Cauchy.

**Tema 6. Integral curvilínea.** Integración de funciones complejas. Propiedades de la integral curvilínea. Caracterización de la existencia de primitiva.

**Tema 7. Teorema local de Cauchy.** Teorema de Cauchy para el triángulo. Teorema de Cauchy para dominios estrellados. Fórmula de Cauchy para una circunferencia.

**Tema 8: Equivalencia entre analiticidad y holomorfa.** Desarrollo en serie de Taylor. Fórmula de Cauchy para las derivadas. Teorema de extensión de Riemann.

## Capítulo III: Aplicaciones de la teoría local.

**Tema 9. Ceros de las funciones holomorfas.** Desigualdades de Cauchy. Teorema de Liouville. Teorema Fundamental del Álgebra. Principio de identidad.

**Tema 10. Teorema de Morera y sus consecuencias.** Teorema de Morera. Teorema de convergencia de Weierstrass. Integrales dependientes de un parámetro.

**Tema 11. Comportamiento local de una función holomorfa.** Principio del módulo máximo. Teoremas de la aplicación abierta y de la función inversa.

## Capítulo IV: Forma general del Teorema de Cauchy

**Tema 12. El teorema general de Cauchy.** Índice de un punto con respecto a un camino cerrado. Forma general del Teorema de Cauchy y de la Fórmula Integral de Cauchy. Caracterizaciones de los abiertos simplemente conexos.

**Tema 13. Singularidades.** Funciones holomorfas en un anillo: desarrollo en serie de Laurent. Clasificación de las singularidades. Teorema de Casorati-Weierstrass.

**Tema 14. Residuos.** Teorema de los residuos. Aplicaciones del cálculo con residuos.

## BIBLIOGRAFÍA

### BÁSICA:

- ASH, R.: *Complex variables. Academic Press, 1971.*
- CONWAY, J.B.: *Functions of one complex variable.* Springer-Verlag, 1973.
- GREENE, R. E. KRANTZ, S.G.: *Function Theory of One Complex Variable.* American Mathematical Society, 2002
- MARSDEN, J.E. Y HOFFMAN, M.J.: *Basic Complex Analysis.* W.H. Freeman, 1999.
- PALKA, B.P.: *An introduction to complex function theory.* Springer-Verlag, 1991

### COMPLEMENTARIA:

- BURCKELL, R.: *An introduction to classical complex analysis.* Birkhauser-Verlag, 1979



ugr | Universidad  
de Granada

Página 4

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
<http://grados.ugr.es>

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 26/09/2018 12:26:36    Página: 4 / 6



R82nfu8Oy8O3r6aLx4TtAn5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

- MARKUSHEVICH, A.: *Teoría de las funciones analíticas. Vol. I y II.* Mir, 1970.
- RUDIN, W.: *Análisis Real y Complejo.* Alhambra, 1979.

PROBLEMAS:

- KRZYŻ, J.G.: *Problems in Complex Variable Theory.* Elsevier, 1971.
- LÓPEZ GÓMEZ, J.: *Ecuaciones diferenciales y variable compleja. Problemas y ejercicios resueltos.* Prentice Hall, 2001
- VOLSKOVYSKI, L., LUNTS, G., ARAMANOVICH, I.: *Problemas sobre la teoría de funciones de variable compleja.* Mir, 1972.

ENLACES RECOMENDADOS

PAYÁ ALBERT, R.: Apuntes de Variable Compleja. Curso 2015-16.  
<http://www.ugr.es/~rpaya>

PEREZ GONZALEZ, F.J.: Curso de Análisis Complejo. 2004.  
[http://www.ugr.es/~fiperez/textos/funciones\\_variable\\_compleja.pdf](http://www.ugr.es/~fiperez/textos/funciones_variable_compleja.pdf)

METODOLOGÍA DOCENTE

La metodología docente a seguir en la materia constará de aproximadamente:

- Un 30 % de docencia presencial en el aula (45 horas)
- Un 10 % para talleres de problemas y su evaluación (15 horas)
- Un 60 % de estudio individualizado del alumno, búsqueda, consulta y tratamiento de información y resolución de problemas (90 horas)

EVALUACIÓN (INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y PORCENTAJE SOBRE LA CALIFICACIÓN FINAL, ETC.)

Los estudiantes podrán acogerse, con carácter voluntario, a un sistema de **evaluación continua** basado en los siguientes criterios:

- Asistencia y participación activa en las sesiones de clases teóricas y prácticas.
- Participación en las sesiones de tutoría individual o colectiva.
- Dos pruebas escritas de corta duración, de carácter teórico y práctico.

El resultado de este proceso de evaluación continua representará el 20% de la calificación final.



**ugr** | Universidad  
de Granada

Página 5

**INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR**  
<http://grados.ugr.es>

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 26/09/2018 12:26:36    Página: 5 / 6



R82nfu8Oy8O3r6aLx4TtAn5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.

Para la valoración global de los conocimientos asimilados y de las competencias adquiridas por los estudiantes, se realizará una **prueba final** por escrito, de carácter obligatorio, que constará de una parte práctica y otra de tipo teórico. Para aquellos alumnos que se hayan acogido al sistema de evaluación continua, la puntuación de esta prueba representará el 80% de la calificación final.

La calificación final se expresará numéricamente como resultado, en su caso, de la ponderación indicada.

Todo lo relativo a la evaluación se regirá por la Normativa de evaluación y calificación de los estudiantes vigente en la Universidad de Granada, que puede consultarse en:

<http://secretariageneral.ugr.es/bougr/pages/bougr71/ncg712/>

**Evaluación única final:** aquellos estudiantes que siguiendo la Normativa de la UGR en los términos y plazos que en ella se exigen, se acojan a esta modalidad de evaluación, realizarán solamente la prueba final escrita y la puntuación obtenida en ella representará el 100 % de la calificación final.

#### INFORMACIÓN ADICIONAL

El Departamento de Análisis Matemático, en sesión ordinaria del Consejo de Departamento celebrada el día 27 de mayo de 2015, aprobó la presente guía docente. Para que conste, a los efectos oportunos,

Fecha, firma y sello

Fdo: El Director/a o Secretario/a



ugr | Universidad  
de Granada

Página 6

INFORMACIÓN SOBRE TITULACIONES DE LA UGR  
<http://grados.ugr.es>

Firmado por: ANTONIO MORENO GALINDO    Secretario/a de Departamento

Sello de tiempo: 26/09/2018 12:26:36    Página: 6 / 6



R82nfu8Oy8O3r6aLx4TtAn5CKCJ3NmbA

La integridad de este documento se puede verificar en la dirección <https://sede.ugr.es/verifirma/pfinicio.jsp> introduciendo el código de verificación que aparece debajo del código de barras.