



## Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2021-2022)

*Responsable de tutorización:* Ginés López Pérez

*Departamento:* Análisis Matemático

*Correo electrónico:* glopezp@ugr.es

*Responsable de cotutorización:*

*Departamento:*

*Correo electrónico:*

*(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un estudiante)*

*Estudiante que propone el trabajo:*

*Título del trabajo:* Diferenciabilidad de funciones Lipschitz

*Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):*

Complementario de profundización

Divulgación de las Matemáticas

Docencia e innovación

Herramientas informáticas

Iniciación a la investigación

*Materias del grado relacionadas con el trabajo:* Topología I, Análisis I, Análisis II, Análisis Funcional.

*Descripción y resumen de contenidos:* El concepto de diferenciabilidad es bien conocido por los alumnos del grado en Matemáticas. Sin embargo, el hecho de que la diferenciabilidad casi por doquier se puede obtener para funciones Lipschitz es menos conocido. Se pretende profundizar en este hecho partiendo del teorema de Rademacher para funciones Lipschitz definidas en abiertos del espacio euclídeo con valores escalares, que el alumno deberá demostrar y entender en su totalidad, para pasar después al estudio del teorema de Stepanov, una bonita caracterización de las funciones diferenciables casi por doquier en el mismo ambiente. Se intentará entonces abordar el teorema de Kirchheim, que es una generalización de los resultados anteriores al ambiente de la diferenciabilidad métrica, y que tiene como consecuencia el teorema de Kuratowski, el hecho de todo espacio métrico separable se embebe isométricamente en el espacio de las sucesiones acotadas con la norma uniforme, que entronca con el Análisis Funcional no lineal.

*Actividades a desarrollar:*

- Estudio y demostración del teorema de Rademacher.
- Estudio y demostración del teorema de Stepanov.
- Estudio de la diferenciabilidad métrica. Teorema de Kirchheim.
- Teorema de Kuratowski

*Objetivos matemáticos planteados*

*Estudio de la diferenciabilidad de funciones Lipschitz*

*Demostración del teorema de Rademacher y Stepanov*

Estudio del concepto de diferenciabilidad métrica. Teorema de Kirchheim

Inicio al Análisis Funcional no lineal. Teorema de Kuratowski

*Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:*

Benyamini, Y., Lindenstrauss, J.: Geometric Nonlinear Functional Analysis, vol. 1. American Mathematical Society Colloquium Publications, vol. 48 (2000).

J. Lindenstrauss, D. Preiss, J. Tišer. Fréchet Differentiability of Lipschitz Functions and Porous Sets in Banach Spaces (AM-179). Annals of Mathematics Studies 2012.

H. Rademacher, Uber partielle und totale Differenzierbarkeit I, Math. Ann. 79 (1919), 340-359.

*Otras referencias (si procede):*

Firma del estudiante  
(solo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del responsable de tutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

Firma del responsable de cotutorización  
(solo para trabajos propuestos por estudiantes)

En, Granada, a 3 de mayo de 2021