Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2020–2021)

Tutor: Armando R. Villena Muñoz *Departamento*: Análisis Matemático *Área de conocimiento*: Análisis Matemático	
Cotutor/a: *Departamento*: *Área de conocimiento*:	
(Rellenar sólo en caso de que la propuesta esté realizada a través de un alumno/a): *Alumno que propone el trabajo*:	

Título del trabajo: Propiedad de localización para las series de Fourier de varias variables

Tipología del trabajo (marcar una de las siguientes casillas):

☒ *Complemento de profundización*
☐ *Divulgación de las Matemáticas*
☐ *Docencia e innovación*
☐ *Herramientas informáticas*
☒ *Iniciación a la investigación*

Descripción, resumen de contenidos y actividades a desarrollar:

Un resultado fundamental sobre la convergencia de las series de Fourier en una sola variable es el llamado *principio de localización de Riemann*. Este resultado establece que si una función se anula en un subconjunto abierto, entonces su serie de Fourier converge uniformemente a cero en todo subconjunto compacto en él contenido. Basta un momento de reflexión para tomar conciencia de lo sorprendente de este resultado. Aunque los coeficientes de Fourier de una función f involucran el conocimiento de ésta en (casi) todo punto, la convergencia de su serie de Fourier en un punto $x \in \mathbb{R}$, asombrosamente, depende únicamente del comportamiento de f en un entorno de dicho punto, el cual puede ser arbitrariamente pequeño. La propiedad de localización manifestada por las series de Fourier de una sola variable deja de ser cierta drásticamente al aumentar el número de variables. En los artículos [1, 4, 6] se ilustra cuan extrema puede llegar a ser la trangresión de la propiedad de localización para funciones de más de una variable. En [2] se hace una recopilación exhaustiva de los resultados existentes acerca de la propiedad de localización de las series de Fourier en varias variables. Nuestra aproximación a la propiedad de localización de las series de Fourier de varias variables se vertebrará fundamentalmente en torno al trabajo de Igari [4] y se analizará esta propiedad para las sumas de Dirichlet y las sumas de Fejér.

Materias del grado relacionadas con el trabajo: Análisis Matemático II, Análisis Funcional, Análisis de Fourier.

Objetivos matemáticos planteados	
Objetivo	*Nivel de dificultad (bajo, medio o alto)*
Adquisición de la teoría básica sobre las series de Fourier de varias variables.	Medio
Propiedad de localización para las sumas de Dirichlet.	Alto
Propiedad de localización para las sumas de Fejér.	Alto

Bibliografía

[1] C. Goffman, F. C. Liu. On the localization property of square partial sums for multiple Fourier series. *Studia Math.* **44** (1972), 61–69.

[2] B. I. Golubov. Multiple Fourier series and integrals. *J. Math. Sci.* **28** (1984), 639–673.

[3] L. Grafakos. *Classical Fourier analysis.* Springer, 2014.

[4] S. Igari. On the localization property of multiple Fourier series. *J. Approximation Theory* **1** (1968), 182–188.

[5] Y. Katznelson. *An introduction to harmonic analysis.* Third corrected edition. Cambridge University Press, 2004.

[6] J. F. Price, L. Shepp. A counterexample to localization for multiple Fourier series. In *Proc. Centre Math. Anal.* **15**, 201–207, Austral. Nat. Univ. Canberra, 1987.

[7] K. R. Stromberg. *Introduction to classical real analysis.* Wadsworth International Group, 1981.

[8] A. Zygmund. *Trigonometric series.* Volume I. Cambridge University Press, 1959.

Firma del alumno
(sólo para trabajos propuestos por alumnos)

Firma del tutor
(sólo para trabajos propuestos por alumnos)

En Granada, a 5 de junio de 2020.