



Propuesta de Trabajo Fin de Grado en Matemáticas (curso 2020-2021)

Tutor/a: Antonio Moreno Galindo
Departamento: Análisis Matemático
Área de conocimiento: Análisis Matemático

Cotutor/a: Miguel Cabrera García
Departamento: Análisis Matemático
Área de conocimiento: Análisis Matemático

Título del trabajo: Series de Dirichlet. Función Zeta de Riemann.

Tipología del trabajo (marcar una o varias de las siguientes casillas):

- Complementario de profundización
 - Divulgación de las Matemáticas
 - Docencia e innovación
 - Herramientas informáticas
- Iniciación a la investigación

Materias del grado relacionadas con el trabajo:

Análisis Matemático II (básica), Variable Compleja I (básica), Variable Compleja II (optativa), Teoría analítica de números.

Descripción y resumen de contenidos:

El objetivo del trabajo es el estudio de las llamadas series de Dirichlet, y en especial de la más conocida, la función zeta de Riemann. La importancia de esta función comienza con la igualdad demostrada por Euler entre la función zeta de Riemann y un producto infinito indexado en los números primos. Por otro lado, la función zeta de Riemann está estrechamente relacionada con la distribución de los números primos.

Actividades a desarrollar: Realizar un estudio de:

- 1.- Series de Dirichlet (definición, convergencia y convergencia absoluta, analiticidad).
- 2.- Productos de series de Dirichlet.
- 3.- Productos de Euler.
- 4.- Logaritmos de series de Dirichlet.
- 5.- La función zeta de Riemann (su relación con los números primos, definición y prolongación a una función meromorfa en el plano complejo con un único polo en 1, ecuación funcional, sobre los ceros de dicha función, hipótesis de Riemann).

Objetivos matemáticos planteados

Objetivo	Nivel de dificultad (bajo, medio o alto)
Series de Dirichlet	Medio
Producto de series de Dirichlet	Medio
Productos de Euler	Medio
Logaritmos de series de Dirichlet	Medio
La función zeta de Riemann	Medio

Bibliografía para el desarrollo matemático de la propuesta:

- C. Ivorra, Funciones de Variable Compleja con aplicaciones a la Teoría de Números. <https://www.uv.es/ivorra/Libros/Varcom.pdf>.
- H. M. Edwards, Riemann's zeta function. Dover Publications, Inc. 1974.
- S. J. Patterson, An introduction to the theory of the Riemann zeta-function. Cambridge studies in advanced Mathematics 14, 1988.

La siguiente bibliografía general sobre Teoría de números se encuentra en el departamento:

- T. M. Apostol. *Introducción a la Teoría Analítica de Números*. Editorial Reverté (2002). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático).
- A. Baker. *Breve introducción a la Teoría Analítica de Números*. Alianza Editorial (1986).
- T. M. Apostol. *Modular functions and Dirichlet series in Number Theory*. Springer (1976). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático).
- D. J. Newman. *Analytic Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- E. Aparicio. *Teoría de los Números*. Servicio Editorial Universidad del País Vasco (1993). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- H. Davenport. *Multiplicative Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)
- W. Narkiewicz. *The Development of Prime Number Theory*. Springer (2000). (Disponible en la Biblioteca del Departamento de Análisis Matemático)

En Granada, a 26 de mayo de 2020